تمـهيد:

- الأعداد 0 و 5 و 16 و...و 134 .....هي أعداد صحيحة طبيعية.
- مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية هي مجموعة لامنتهية من الأعداد أصغر عدد فيها هو 0.
- نرمز لمجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية بـ $\mathbb{N}$.

$\mathbb{N}$ = { 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 .....29 ; ..... 130 ; ..... ; 2023...}

- العدد 5 هو عدد صحيح طبيعي فنقول أن العدد 5 ينتمي إلى المجموعة $\mathbb{N}$ و نكتب $5 \in \mathbb{N}$

كذلك

$13 \in \mathbb{N}$ و $273 \in \mathbb{N}$

- العدد 4,9 ليس عددا صحيحا طبيعيا فنقول أن العدد 4,9 لا ينتمي إلى المجموعة $\mathbb{N}$ و نكتب $4,9 \notin \mathbb{N}$

كذلك

$1,23 \notin \mathbb{N}$ و $\frac{15}{11} \notin \mathbb{N}$

I) العـمليات على الأعداد الصحيحة الطبيعية:

1) الجمع و الطرح:

مجموع العددين 4 و 12 يساوي 16 و نكتب $4 + 12 = 16$

خـاصيات عملية الجمع

- عملية جمع الأعداد الصحيحة الطبيعية هي عملية **تبديلية**.

أي مهما يكن العددان الصحيحان الطبيعيان a و b فان : $a + b = b + a$

مثال: $5 + 43 = 43 + 5$

- عملية جمع الأعداد الصحيحة الطبيعية هي عملية **تجميعية**.(أي يمكن تعويض مجموع عددين بحاصلهما).

أي مهما تكن الأعداد a و b وc فان : $a + (b + c) = (a + b) + c$

ملاحظة : مجموع ثلاثة أعداد صحيحة طبيعية

$a + b + c = a + (b + c) = (a + b) + c$

مثال: $15 + (25 + 87) = (15 + 25) + 87$

حيث أن:

$15 + 112 = 40 + 87 = 127$

- العدد 0 هو العنصر المحايد في عملية الجمع. أي مهما يكن العدد الصحيح الطبيعي a فإن :

$$a + 0 = 0 + a = a$$

مثال: $254 + 0 = 254$; $0 + 2004 = 2004$

ملاحظة : لايتغير مجموع عدة أعداد صحيحة طبيعية .....

تـمرين: أحسب المجاميع التالية بما يساعد على الحساب الذهني.

$A = 234 + 185 + 316 + 215$

$B = (31 + 1097) + (49 + 2003)$

$C = 20540 + (19 + 4260) + (301 + 21) + 299$

- الفرق بين العددين 123 و 456 هو العدد الذي إذا أضفناه إلى 123 نحصل على 456 وهو 333 و نكتب :

$$456 - 123 = 333$$

الحد الأول الحد الثاني الفرق

ملاحظة: عملية الطرح ليست تبديلية

تـمرين: عوض النقاط بعدد مناسب في كل حالة معللا جوابك:

$18 = ... + 37$ لأن

$98 = ... + 41$ لأن

$255 = ... + 103$ لأن

$138 = (.... + 26) + 13$ لأن

قاعـدة:

اذا عرفنا مجموع عددين و عرفنا أحدهما فنتحصل على العدد الاخر بانجاز عملية طرح

أي: نطرح العدد المعلوم من النتيجة.

تـمـريـن : أعوض النقاط بعدد مناسب في كل حالة معللا جوابك:

2023 - .... =2000 لأن .....

413 - .... = 201 لأن .....

999 - .... = 444 لأن .....

689 - .... = 455 لأن .....

قـاعـدة:

اذا عرفنا الفرق بين عددين و عرفنا الحد الأول فنتحصل على الحد الثاني بانجاز عملية طرح

أي: نطرح النتيجة من الحد الاول.

تـمـريـن : عوض النقاط بعدد مناسب في كل حالة معللا جوابك:

.... - 36 = 89 لأن .....

.... - 114 = 234 لأن .....

.... - 122 = 444 لأن .....

.... - 312 = 680 لأن .....

قـاعـدة :

إذا عرفنا الفرق بين عددين و عرفنا الحد الثاني فنتحصل على الحد الأول بانجاز عملية جمع

أي: نجمع النتيجة مع الحد الثاني.

تـمـريـن : أوجد العدد الصحيح الطبيعي x في كل حالة:

$x - 543 = 899$; $354 - x = 112$; $x + 247 = 369$

قـواعـد الحـساب:

نـــشـــاط:

في هذه السنة بلغ أحمد من العمر 10 سنوات، و بلغ أخوه يوسف من العمر 16 سنة.

1) احسب الفرق بين عمريهما.
2) كم كان الفرق بين عمريهما قبل 5 سنوات؟
3) كم يصبح الفرق بين عمريهما بعد 7 سنوات؟

قاعـدة:

لا يتغير الفرق بين عددين طرحنا منهما أو إذا أضفنا لهما نفس العدد

أي : مهما تكن الأعداد الصحيحة الطبيعية a و b و c حيث (a > b > c) فإن:

$$(a - c) - (b - c) = a - b$$

$$(a + c) - (b + c) = a - b$$

تطبيق: 1) أحسب:

E = (487 + 589) – (276 + 589)

F = (952 - 296) – (351 + 296)

2) ضع العدد المناسب مكان النقاط في كل حالة:

G = (856 + ...) – (240 + 369) = 616

H = (745 - 296) – (525 - ....) = 220

K = (856 + 987) – (.... + 987) = 702

نـــــشـــاط:

يدخر أحمد المال في حصالتين ، إحداها للقطع النقدية و بها مبلغ قدره 34 DT و الأخرى للأوراق النقدية و بها مبلغ قدره 150 DT.

1) أحسب المبلغ الذي يملكه أحمد.
2) أخذ أحمد من الحصالة الأولى مبلغا من القطع النقدية قدره 20 DT و استبدله بورقة نقدية و وضعها في الحصالة الثانية.

أ) أحسب المبلغ الذي صار موجودا بكل حصالة.

ب) هل تغير المبلغ الذي يملكه أحمد؟

قاعـدة 2:

لا يتغير مجموع عددين اذا أضفنا لأحدهما عددا و طرحنا نفس العدد من الحد الاخر

أي : مهما تكن الأعداد الصحيحة الطبيعية a و b و c حيث (a > c ; b > c) فإن:

$$(a - c) + (b + c) = a + b$$

$$(a + c) + (b - c) = a + b$$

تـمـريـن : 1) أُحسب:

E = (456 + 589) + (831 - 589)

F = (952 - 389) + (141 + 389)

2) ضع العدد المناسب مكان النقاط في كل حالة:

G = (810 + ...) + (240 - 369) = 1050

H = (456 - 297) + (424 + ...) = 880

K = (1870 + 987) + (.... - 987) = 3000

نـــــشـــاط:

في قطار يوجد 89 رجل و 76 امرأة.

في إحدى المحطات نزل 23 راكبا.

1) أُحسب العدد المتبقي من الركاب.
2) إذا كان الذين نزلوا كلهم رجالا، أُكتب العملية التي تعبر عن العدد المتبقي من الركاب ثم احسبه
3) إذا كان اللاتي نزلن كلهن نساء، أُكتب العملية التي تعبر عن العدد المتبقي من الركاب ثم احسبه

ماذا تلاحظ ؟

قـاعـدة 3:

اذا طرحنا عددا من مجموع عددين فيمكن ان نطرحه من أحد حديه ثم نضيف الحد الثاني

أي : مهما تكن الأعداد الصحيحة الطبيعية a و b و c حيث (a > c ; b > c) فإن:

$$(a+b)-c = a+(b-c) = (a-c)+b$$

تطبيق : 1) أُحسب:

A = (406 + 589) – 287

B = (952 + 352) - 752

C = (1489 + 511) – 689

D = (821 - 999) + 799

نشاط :

صنعت حرفية 90 قفة من الحلفاء لبيعها بأحد المعارض. باعت في الفترة الصباحية 36 قفة و باعت في الفترة المسائية 47 قفة. احسب بطرق مختلفة عدد القفاف التي لم تبعها.

قاعـدة 4:

اذا طرحنا مجموع عددين من عدد فيمكن ان نطرح أحد العددين أولا ثم نطرح العدد الثاني

أي : مهما تكن الأعداد الصحيحة الطبيعية a و b و c حيث (a > b+c) فإن:

$$a - (b + c) = (a - b) - c$$

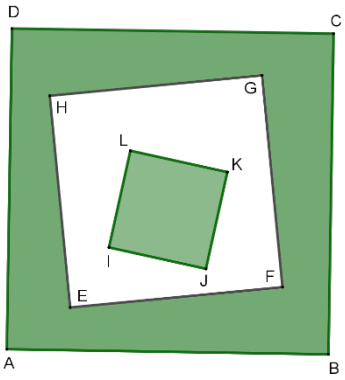
تطبيق: 1) أحسب:

A = 987 - (487 + 155)

B = 1952 – (240 + 352)

C = 3000 - (575 + 425)

نشاط :



لاحظ الرسم المقابل حيث ABCD و EFGH و IJKL مربعات.

AB = 4cm و EF = 3cm و IJ = 2cm.

احسب المساحة الملونة بالأخضر بطريقتين مختلفتين.

قاعـدة:

اذا طرحنا الفرق بين حدين من عدد فيمكن ان نطرح الحد الاول ثم نضيف الحد الثاني أي : مهما تكن الأعداد الصحيحة الطبيعية a و b و c حيث (a > b-c) فإن:

$$a - (b - c) = (a - b) + c$$

تـمرين1: أحسب العبارات التالية بطريقتين مختلفتين:

A = (73 + 197) – 97

B = (787 - 285) + 102

C =478 - (145 + 81)

تـمرين 2 : أوجد العدد x في كل حالة:

1) (887 + x) - 187 = 950 ; 2) 486 – (x + 124) = 102

3) (629 - x) - 210 = 230 ; 4) x – (208 + 42) = 425

5) 654 – (122 – x) = 300 ; 6) 486 – (x + 124) = 102

ضرب الأعداد الصحيحية الطبيعية:

- جذاء العددين 12 و 5 هو 60 و نكتب 12 x 5 = 60
- الكتابة 4 x 7 x 10 هو جذاء لثلاثة عوامل وهي 4 و 7 و 10.

خاصيات عملية الضرب

- عملية ضرب الأعداد الصحيحية الطبيعية هي عملية **تبديلية.**

أي مهما يكن العددان a الصحيحان الطبيعيان a وb فان : **a x b = b x a**

مثال: 5 x 4 = 4 x 5

- عملية ضرب الأعداد الصحيحية الطبيعية هي عملية **تجميعية.**

أي مهما تكن الأعداد الصحيحية الطبيعية a وb و c فان :

(a x b) x c = a x (b x c)

ملاحظة :جذاء ثلاثة أعداد صحيحة طبيعية

a x b x c = (a x b) x c = a x (b x c)

مثال: 5 x 2 x 39= (5 x 2) x 39 = 10 x 39 = 3900

=5 x (2 x 39) = 5 x 78=3900

- العدد 0 هو العنصر **الماص** في عملية الضرب.

أي **a x 0 = 0 x a = 0**

- العدد 1 هو العنصر **المحايد** في عملية الضرب.

أي **a x 1 = 1 x a = a**

مهما يكن العدد الصحيح الطبيعي a.

ملاحظة : لا يتغير جذاء .....

تـمرين 1: أحسب العمليات التالية:

$C = 1394 \times 0 \times 123$ و $B = (25 \times 23) \times (4 \times 3)$ و $A = 5 \times 134 \times 2$

تـمرين 2: أحسب العمليات التالية:

$F = 11 \times 6 + 4$ $E = 4 \times (5 + 8) \times 2$

$H = 9 \times 8 + 2 \times 5$ $G = 178 \times (25 - 5 \times 5) \times 2023$

قــاعـدة:

- عند حساب عبارة بها جمع و ضرب **و بها أقواس** فان الأولوية للعملية داخل الأقواس.
- عند حساب عبارة بها جمع و ضرب **و دون أقواس** فان الأولوية لعملية الضرب.

تــمرين 3 : أحسب العمليات التالية ثم أقارن في كل حالة:

1) $4 \times 5 + 4 \times 8$ و $4 \times (5 + 8)$

2) $11 \times 7 - 11 \times 3$ و $11 \times (7 - 3)$

قــاعـدة:

- عملية ضرب الأعداد الصحيحية الطبيعية هي عملية **توزيعية على الجمع و الطرح.**

أي مهما تكن الأعداد الصحيحة الطبيعية a و b و c حيث (b>c) فإن:

$$a \times (b + c) = a \times b + a \times c$$

$$a \times (b - c) = a \times b - a \times c$$

مــلاحظـة:

الـــنـــشـــر

$$a \times (b + c) = a \times b + a \times c$$

$$a \times (b - c) = a \times b - a \times$$

الـــتـــفـــكـــيـــك

تــمرين 1:

1) أُنشر ثم أُحسب :

$A = 13 \times (11 + 10)$ / $B = 11 \times (25 - 11)$

$C = (15 + 6 + 20) \times 20$ / $D = (20 - 12) \times 30$

2) أُحسب بأيسر طريقة:

130×101 / 211×1002 / 55×99 / 12×93

تــمرين 2:

$A = 57 \times 8 + 57 \times 2$ / $B = 317 \times 17 - 317 \times 7$

$C = 57 \times 43 + 43 \times 43$ / $D = 26 \times 12 - 26$

$E = 21 \times 50 + 50 \times 21$ / $F = 5 \times 22 - 10$

$G = 36 \times 25 + 100$ / $D = 11 \times 103 - 33$

II) قوى الأعداد الصحيحة الطبيعية:

تعريف القوة و رمزها:

نـشـاط 1:

الجذاء 8 x 8 x 8 x 8 x 8 هو جذاء لـ 5 عوامل مساوية للعدد 8 فنكتب 8^5 و نقرأ 8 قوة 5.

كذلك : $9 \times 9 \times 9 = 9^3$ و نقرأ 9 قوة 3.

$4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 4^5$ و نقرأ 4 قوة 5.

و $15 \times 15 = 15^2$ و $7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7^6$

قـاعـدة 1:

- جذاء n عوامل متساوية لعدد صحيح طبيعي a يسمى قوة للعدد a دليلها n.

مهما يكن العددان الصحيحان الطبيعيان a و n حيث $n>1$

فإن: $a^n = a \times a \times a \times a \times \ldots\ldots \times a$ هي قوة للعدد a دليلها n

ملاحظة:

- $a^1 = a$
- $a^0 = 1$
- $1^n = 1$
- $0^n = 0$

ملاحظة :

- a^2 تقرأ a قوة 2 أو a مربع .
- a^3 تقرأ a قوة 3 أو a مكعب.

حـساب قوة عدد صحيح طبيعي:

$5^4 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 62$ $2^6 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$

قوى العدد 10:

$10^5 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 100000$; $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1000$

نلاحظ ان دليل القوة يمثل عدد الأصفار التي تلي 1 في النتيجة.

أُحسب :

$10^6 = \ldots\ldots$; $10^7 = \ldots\ldots$; $10^2 = \ldots\ldots$

تـــمـريـــن 1: 1) أحسب كلا من القوى التالية:

1^{245} = ... / 0^{123} = ... / 2023^{0} = ... / 5050^{1} = ...

7^{2} = ... / 2^{5} = ... / 3^{4} = ... / 2^{7} = ... / 1^{245} = ...

4^{3} = ... /5^{2} = ... / 10^{3} = ... / 10^{6} = ...

1) أكتب كل عدد من الأعداد التالية في صيغة قوة عدد صحيح طبيعي:

9 = ... / 81 = ... / 8 = ... / 100000000 = ...

16 = ... / 25 = ... / 32 = ... / 125 = ...

حساب عبارات بها قوة:

- عند حساب عبارات بها جمع و ضرب و قوة و دون أقواس فإن الأولوية للقوة.
- عند حساب عبارات بها جمع و ضرب و قوة و بها أقواس فإن الأولوية للعملية داخل الأقواس.

تـــمـريـــن 2: أحسب:

$18 + 2^3 \times 5$ $\quad$ $4 + (29 - 27)^5 - 11$

$5^7 \times (16 - 4^2)^{99}$ $\quad$ $10^3 \times (11^4 + 7^9)^0$

2×3^3 $\quad$ $(2 \times 3)^3$

$2^2 + 5^2$ $\quad$ $(2 + 5)^2$

تـــمـريـــن 3: أكمل بما يناسب:

15 x 10^3 = ... / 3 x 10^4 = ... / 81 x 10^2 = ...

14000000 = ... x $10^{\cdots}$ / 4800 = ... x $10^{\cdots}$ / 3700000 = ...

5 x 10^6 = ... / 120000000 = ...

$2^2 = 4$	$3^2 = 9$	$4^2 = 16$
$2^3 = 8$	$3^3 = 27$	$4^3 = 64$
$2^4 = 16$	$3^4 = 81$	$5^2 = 25$
$2^5 = 32$	$3^5 = 243$	$5^3 = 125$
$2^6 = 64$		$5^4 = 625$

الجذر التربيعي لمربع كامل:

- تعرفنا سابقا أن الكتابة 7^2 نقرؤها أيضا 7 مربع و لدينا : $7^2 = 49$

أي ان العدد 49 أمكنت كتابته على صيغة مربع عدد فنقول أن 49 يسمى مربعا كاملا.

فنقول أن العدد 49 هو **مربع** العدد 7. و نقول أيضا أن العدد 7 هو الجذر التربيعي للعدد 49.

و نكتب $\sqrt{49} = 7$

- كذلك لدينا $16 = 4^2$ فالعدد 16 هو **مربع كامل**.

و العدد 4 يسمى الجذر التربيعي لـ 16.

و نكتب . $\sqrt{16} = 4$

- لدينا $81 = 9^2$ فالعدد 81 هو **مربع كامل**
- و العدد 9 يسمى الجذر التربيعي لـ 81.

و نكتب $\sqrt{81} = 9$

قـاعدة 2:

نسمي مربعا كاملا كل عدد صحيح طبيعي تمكن كتابته صيغة مربع لعدد صحيح طبيعي.

أي اذا كان a و b عددان صحيحان طبيعيان حيث $a = b^2$ فان :

a هو مربع كامل

و b هو الجذر التربيعي لـ a

و $\sqrt{a} = b$

تـــمـريـــن 4: من بين الأعداد التالية استخرج معللا جوابك كل عدد يمثل مربعا كاملا ثم أحسب جذره التربيعي.

46 , 27 , 121 , 10000 , 36 , 50 , 100 , 32 , 25 , 17

$4 = 2^2$ و $\sqrt{4} = 2$	$36 = 6^2$ و $\sqrt{36} = 6$	$100 = 10^2$ و $\sqrt{100} = 10$
$9 = 3^2$ و $\sqrt{9} = 3$	$49 = 7^2$ و $\sqrt{49} = 7$	$121 = 11^2$ و $\sqrt{121} = 11$
$16 = 4^2$ و $\sqrt{16} = 4$	$64 = 8^2$ و $\sqrt{64} = 8$	$144 = 12^2$ و $\sqrt{144} = 12$
$25 = 5^2$ و $\sqrt{25} = 5$	$81 = 9^2$ و $\sqrt{81} = 9$	$625 = 25^2$ و $\sqrt{625} = 25$

3) خـاصيات القوى :

نشاط: نعتبر الجذاء التالي: $2^5 \times 2^3$ و هو جذاء قوتي نفس العدد.

و لدينا : $2^3 \times 2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^8$

أي $2^3 \times 2^5 = 2^{3+5}$

قـاعدة :

جذاء **قوتي نفس العدد الصحيح الطبيعي** a دليلهما العددان الصحيحان الطبيعيان m و n

يساوي **قوة لنفس العدد a** دليلها مجموع الدليلين .

أي $a^n \times a^m = a^{n+m}$

مثال : $5^7 \times 5^5 = 5^{12}$; $2^4 \times 2^6 = 2^{10}$

$7^3 \times \ldots^6 = 7^{\cdots}$; $\ldots^4 \times 10^{\cdots} = 10^9$

نشاط: نعتبر الجذاء التالي: $2^4 \times 3^4$ و هو جذاء قوتي عددين لهما نفس الدليل.

و لدينا

$3^4 \times 2^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = (3 \times 2) \times (3 \times 2) \times (3 \times 2) \times (3 \times 2) = 6^4$

قـاعدة :

جذاء **قوتي عددين صحيحين طبيعيين a و b** و **لهما نفس دليل القوة n** (حيث n عدد صحيح طبيعي) يساوي **قوة لجذائهما** و له نفس دليل القوة n

أي $a^n \times b^n = (a \times b)^n$

مثال : $2^4 \times 5^4 = (2 \times 5)^4 = 10^4$ / $6^7 \times 3^7 = (6 \times 3)^7 = 18^7$

$7^3 \times \ldots^3 = 14^{\cdots}$ / $5^{\cdots} \times \ldots^{\cdots} = 15^6$ / $\ldots^9 \times 10^9 = 50^9$

$(2 \times 11)^5 = \ldots\ldots^{\cdots\cdots} \times \ldots\ldots^{\cdots\cdots}$ / $(4 \times 3)^3 = \ldots\ldots^{\cdots\cdots} \times \ldots\ldots^{\cdots\cdots}$

نشاط: نعتبر الكتابة التالية: $(5^2)^3$ و هي قوة قوة العدد 5.

و لدينا : $(5^2)^3 = 5^2 \times 5^2 \times 5^2 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^6$

أي $(5^2)^3 = 5^{2 \times 3}$

قـاعدة :

قوة قوة العدد a يساوي قوة لنفس العدد a دليلها جذاء الدليلين.

أي $(a^n)^m = a^{n \times m}$

مثال : $(5^5)^3 = 5^{5 \times 3} = 5^{15}$ / $(2^6)^2 = 2^{6 \times 2} = 2^{12}$

$(\ldots^{\ldots})^3 = 7^6$ / $(10^{\ldots})^4 = 10^{12}$ / $(11^3)^3 = \ldots\ldots^{\ldots}$

تـــمـريـــن 1: أختصر القوى التالية:

$7^5 \times 7^3$ / $5^4 \times 5$ / $2^6 \times 2 \times 2^3$ / $(10^2 \times 10^3) \times (10 \times 10^5)$

$7^5 \times 3^5$ / $2^4 \times 3^4 \times 4^4$ / $10^{11} \times 2^{11} \times 3^{11}$ / $(3^2)^2$

$(15^4)^5$ / $(7^6)^3$

تـــمـريـــن 2: أكمل بعدد مناسب في كل حالة :

$3^4 \times 3^{\ldots} = 3^9$ / $11^{\ldots} \times 11^5 \times 11^3 = 11^{10}$ / $7^{\ldots} \times 7 \times 7^5 = 7^9$

$5^4 \times \ldots^4 = 15^{\ldots}$ / $2^{\ldots} \times 3^7 \times \ldots^7 = 30^{\ldots}$ / $(3^{\ldots})^4 = 3^{20}$; $25^3 = 5^{\ldots}$ / $8^4 = 2^{\ldots}$

تـــمـريـــن 3: أكتب في صيغة قوة عدد صحيح طبيعي:

$2^3 \times 5^3 \times 10^5$ / $(3^2)^5 \times 3 \times 9$ / $(2 \times 3)^6 \times 8 \times 27$

810000 / $900 \times 5^6 \times 6^6$ / 1600 / 160000 / 62500×16

III) قواسم عدد صحيح طبيعي و مضاعفاته:

القسمة الاقليدية:

نشـاط :

ننجز قسمة العدد 203 على 15 :

203	15
- 195	13
8	

203 = 15 x 13 + 8

هذه الكتابة تسمى **القسمة الاقليدية** للعدد 203 على العدد 15.

حيث 203 يسمى **المقسوم**

و 15 يسمى **القاسم**

و 13 يسمى **خارج القسمة**

و 8 يسمى **الباقي**

و نلاحظ ان **الباقي 8 أصغر قطعا من القاسم 15.**

قـاعدة 1: القسمة الاقليدية لعدد صحيح طبيعي a على عدد صحيح طبيعي مخالف لصفر b هي الكتابة $a = b \times q + r$

حيث q عدد صحيح طبيعي

و r عدد صحيح طبيعي أصغر قطعا من القاسم b ($r < b$) .

a يسمى المقسوم / b يسمى القاسم / q يسمى خارج القسمة / r يسمى الباقي.

أمثلة :

* $112 = 11 \times 10 + 2$ هي القسمة الاقليدية لـ112 على 11 باقيها هو 2.

و نلاحظ ان $2 < 11$

* $170 = 12 \times 13 + 14$ ليست القسمة الاقليدية لـ170 على 12

لان $14 > 12$

تـطبيق 1:

أذكر ماهي الكتابة التي تمثل القسمة الاقليدية لـ 131 على 12 معللا جوابك.

$131 = 12 \times 9 + 23$ أو $131 = 12 \times 10 + 11$

تـطبيق 2:

أذكر ان كانت الكتابات التالية تمثل قسمة اقليدية:

$63 = 9 \times 7$ / $255 = 10 \times 24 + 15$ / $187 = 12 \times 15 + 7$ / $75 = 9 \times 7 + 12$

الـــحـــل:

(علينا التحقق في كل حالة ان كان الباقي أصغر من القاسم أم لا)

- الكتابة $255 = 10 \times 24 + 15$ هي القسمة الاقليدية للعدد 255 على 24

لأن $15 < 24$

و لكنها ليست القسمة الاقليدية للعدد 255 على 10 لأن $15 > 10$

- الكتابة $187 = 12 \times 15 + 7$ هي القسمة الاقليدية للعدد 187 على 12

لأن $7 < 12$

و هي أيضا القسمة الاقليدية للعدد 187 على 15 لأن $7 < 15$

- الكتابة $75 = 9 \times 7 + 12$ ليست القسمة الاقليدية للعدد 75 على 9

لأن $12 > 9$

و ليست القسمة الاقليدية للعدد 75 على 7 لأن $12 > 9$

- الكتابة $63 = 9 \times 7$ هي القسمة الاقليدية للعدد 63 على 9 باقيها 0

و هي أيضا القسمة الاقليدية للعدد 63 على 7 **باقيها 0**

تـطبيق 3:

أ) ماذا يمكن أن يساوي باقي قسمة عدد صحيح طبيعي على 5؟

ب)ماذا يمكن أن يساوي باقي قسمة عدد صحيح طبيعي على 7؟

ج)ماذا يمكن أن يساوي باقي قسمة عدد صحيح طبيعي على 3؟

الـــحـــل:

أ) الباقي يكون أصغر قطعا من القاسم 5 أي الباقي يمكن أن يساوي
0 أو 1 أو 2 أو 3 أو 4

ب) الباقي يكون أصغر قطعا من القاسم 7 أي الباقي يمكن أن يساوي

0 أو 1 أو 2 أو 3 أو 4 أو 5 أو 6

ج) الباقي يكون أصغر قطعا من القاسم 3 أي الباقي يمكن أن يساوي

0 أو 1 أو 2

تـطبيق 4:

اذا علمت ان خارج القسمة الاقليدية لعدد صحيح طبيعي a على 4 هو 23 فماذا يمكن ان يساوي هذا العدد؟

الـــحـــل:

القسمة الاقليدية لـ a على 4 و خارج القسمة يساوي 23 تكتب

$a = 4 \times 23 + r$

و عند قسمة عدد على 4 يمكن أن يساوي الباقي **0 أو 1 أو 2 أو 3**

اذا كان الباقي 0 فان $a = 4 \times 23 + 0 = 92$

اذا كان الباقي 1 فان $a = 4 \times 23 + 1 = 93$

اذا كان الباقي 2 فان $a = 4 \times 23 + 2 = 94$

اذا كان الباقي 3 فان $a = 4 \times 23 + 3 = 95$

نشـاط :

أ) ماهو باقي قسمة 72 على 9؟ 0

فنقول أنها قسمة اقليدية **مستوفاة**

و لدينا : $8 \times 9 = 72$ في هذه الحالة نقول ان العدد 72 يقبل القسمة على 9 و على 8 و العددان 8 و 9 هما قاسمان للعدد 72

قـاعدة:

اذا كان باقي القسمة الاقليدية للعدد الصحيح الطبيعي a على العدد الصحيح الطبيعي المخالف لصفر b يساوي 0 فنقول انها قسمة مستوفاة. و في هذه الحالة يكون :

- العدد a يقبل القسمة على العدد b .
- العدد b قاسم للعدد a.

مـثال:

1) لدينا : $5 \times 9 = 45$ فهي قسمة مستوفاة للعدد 45 على 9 و على 5 اذن:

العدد 45 **يقبل القسمة** على 5 و 9

و العددان 5 و 9 هما **قاسمان** لـ45

2) لدينا : $5 \times 10 + 1 = 51$ فهي قسمة **غير مستوفاة** للعدد 51 على 10 و على 5 اذن:

العدد 51 لا يقبل القسمة على 5 و 10 و العددان 5 و 10 ليسا قاسمين لـ51

ملاحظة:

- باقي قسمة a على b مخالف لصفر يعني b ليس قاسما لـ a.
- العدد 1 هو قاسم لكل عدد صحيح طبيعي.
- كل عدد صحيح طبيعي مخالف لصفر هو قاسم لـ0 و لنفسه.

تطبيق 5: أجب بـ " صواب " أو " خطأ " :

45 قاسم لـ100	
15 قاسم لـ 15	
10 قاسم لـ 240	
1 قاسم لـ 2023	
2025 ليس قاسما لـ 0	
5 قاسم لـ 81	
25 ليس قاسما لـ 555	
1 قاسم لـ 1999	
0 يقبل القسمة على 2525	

قابلية القسمة على 4 و على 25:

أ) قابلية القسمة على 2 و 3 و 5 و 9:

- يكون عدد قابلا القسمة على 2 اذا كان رقم احاده زوجيا (رقم احاده 0 أو 2 أو 4 أو 6 أو 8).

أمثلة : 245876 يقبل القسمة على 2 لأن رقم احاده 6.

4848489 لا يقبل القسمة على 2 لأن رقم احاده فردي 9.

- يكون عدد قابلا القسمة على 5 اذا كان اذا كان رقم احاده 0 أو 5.

أمثلة : 876245 يقبل القسمة على 5 لأن رقم احاده 5.

5500553 لا يقبل القسمة على 5 لأن رقم احاده 3.

- يكون عدد قابلا القسمة على 3 اذا كان مجموع أرقامه يقبل القسمة على 3.

أمثلة : 1234245 يقبل القسمة على 3 لأن مجموع أرقامه 15 = 5 + 4 + 3 + 2 + 1

و 15 يقبل القسمة على 3.

323123 لا يقبل القسمة على 3 لأن مجموع أرقامه 14 = 3 + 2 + 1 + 3 + 2 + 3

و 14 لا يقبل القسمة على 3.

يكون عدد قابلا القسمة على 9 اذا كان مجموع أرقامه يقبل القسمة على 9.

أمثلة : 273645 يقبل القسمة على 9 لأن مجموع أرقامه 27 = 5 + 4 + 6 + 3 + 7 + 2

و 27 يقبل القسمة على 9.

1259 لا يقبل القسمة على 9 لأن مجموع أرقامه 17 = 9 + 5 + 2 + 1 و 17 لا يقبل القسمة على 9.

أ) قابلية القسمة على 4:

الأعداد التي تقبل القسمة على 4 و أصغر من 100 (أي المتكونة من رقمين):

00	04	08	12	16
20	24	28	32	36
40	44	48	52	56
60	64	68	72	76
80	84	88	92	96

نلاحظ أنها أعداد زوجية حيث:

- اذا كان رقم **عشراتها زوجيا** فرقم الأحاد هو 0 أو 4 أو 8.
- اذا كان رقم عشراتها فرديا فرقم الأحاد هو 2 أو 6.

- نعتبرالعدد 388 يقبل القسمة على 4 (لأن قسمته على 4 مستوفاة).

استخرج العدد المتكون من رقم احاده و عشراته ..... وهو .....

- نعتبرالعدد 25764 يقبل القسمة على 4 (لأن قسمته على 4 مستوفاة).

استخرج العدد المتكون من رقم احاده و عشراته ..... وهو .....

- نعتبرالعدد 758 لا يقبل القسمة على4(لأن قسمته على 4 غير مستوفاة).

استخرج العدد المتكون من رقم احاده و عشراته ..... وهو .....

- نعتبرالعدد 84762 لا يقبل القسمة على 4 (لأن قسمته على 4 غير مستوفاة).

استخرج العدد المتكون من رقم احاده و عشراته ..... وهو .....

قـاعدة:

يكون عدد قابلا القسمة على 4 اذا كان العدد المتكون من احاده وعشراته قابلا القسمة على 4

تطبيق 1 :

أجب بـ نعم أو لا معللا جوابك:

124580 يقبل القسمة على 4	
36536 يقبل القسمة على 4	
488822 يقبل القسمة على 4	
57900 يقبل القسمة على 4	
493676 يقبل القسمة على 4	
548983 يقبل القسمة على 4	
كل عدد زوجي يقبلالقسمة على 4	
كل عدد يقبل القسمة على 4 هو يقبل القسمة عل 2	

تطبيق 2 : ضع الرقم المناسب حسب ماهو مطلوب (مع اعطاء كل الامكانيات)

1) العدد .2547 يقبل القسمة على 4.
2) العدد 548.2 يقبل القسمة على 4.
3) العدد ..3569 يقبل القسمة على 4 و على 5.
4) العدد .43.58 يقبل القسمة على 4 و 3 في نفس الوقت.

أ) قابلية القسمة على 25:

نعلم أن الأعداد التي تقبل القسمة على 25 و أصغر من 100 (أي المتكونة من رقمين):

00 25 50 75

- نعتبر العدد 350 وهو يقبل القسمة على 25 (لأن قسمته على 25 مستوفاة).

استخرج العدد المتكون من رقم احاده و عشراته ..... وهو .....

- نعتبر العدد 28975 وهو يقبل القسمة على 25 (لأن قسمته على 25 مستوفاة).

استخرج العدد المتكون من رقم احاده و عشراته ..... وهو .....

- نعتبر العدد 758 وهو لا يقبل القسمة على 25 (لأن قسمته على 25 غير مستوفاة).

استخرج العدد المتكون من رقم احاده و عشراته ..... وهو .....

قـاعدة:

يكون عدد قابلا القسمة على 25 اذا كان العدد المتكون من احاده وعشراته قابلا القسمة على 25 (أي رقماه الأخيران هما 00 أو 25 أو 50 أو 75)

تـطبيق 1 :

أجب بـ نعم أو لا معللا جوابك:

124580 يقبل القسمة على 25	
36536 يقبل القسمة على 25	
488822 يقبل القسمة على 25	
57900 يقبل القسمة على 25	
493676 يقبل القسمة على 25	
548983 يقبل القسمة على 25	

تـطبيق 2 : ضع الرقم المناسب حسب ماهو مطلوب (مع اعطاء كل الامكانيات)

1) العدد .2547 يقبل القسمة على 25.
2) العدد 548.0 يقبل القسمة على 25.
3) العدد ..3569 يقبل القسمة على 4 و على 25.
4) العدد .43.58 يقبل القسمة على 4 و 3 في نفس الوقت.

قواسم عدد صحيح طبيعي:

مجموعة قواسم عدد صحيح طبيعي:

نشـاط :

1) أكتب العدد 12 في صيغة جذاء مع اعطاء كل الامكانيات.
2) استنتج كل قواسم العدد 12.

نقول أن مجموعة قواسم العدد 12 هي $D_{12} = \{ 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 12 \}$

ملاحظة: نرمز لمجموعة قواسم عدد صحيح طبيعي a بـ D_a

تـطبيق 6: حدد عناصر المجموعات التالية:

D_{24} ; D_9 ; D_{15} ; D_7 ; D_1 ; D_{19} ; D_5 ; D_{28}

الأعداد الأولية:

قـاعدة:

كل عدد صحيح طبيعي أكبر من 1 لا يقبل القسمة الا على 1 و على نفسه يسمى **عددا أوليا.**

أي **a عدد أولي** **يعني** $D_a = \{ 1 ; a \}$ (a عدد أولي يعني له فقط قاسمان)

مـثال:

- 2 عدد أولي لأنه لا يقبل القسمة الا على 1 و على 2 أي $D_2 = \{ 1 ; 2 \}$
- 7 عدد أولي لأنه لا يقبل القسمة الا على 1 و على 7 أي $D_7 = \{ 1 ; 7 \}$
- 11 عدد أولي لأنه لا يقبل القسمة الا على 1 وعلى 11 أي $D_{11} = \{ 1 ; 11 \}$
- 23 عدد أولي لأنه لا يقبل القسمة الا على 1 وعلى 23 أي $D_{23} = \{ 1 ; 23 \}$
- 9 ليس عددا أوليا لأن له أكثر من قاسمين أي $D_9 = \{ 1 ; 3 ; 9 \}$

ملاحظة:

- 1 ليس عددا اوليا لأن له قاسم وحيد وهو 1 $D_1 = \{ 1 \}$
- كل الأعداد الأولية هي أعداد فردية **ما عدا 2 .** فالعدد 2 هو العدد الزوجي الوحيد الذي يمثل عددا أوليا.

الأعداد الأولية الأصغر من 100:

2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29 ; 31 ; 37 ; 41 ; 43 ; 47 ; 53 ; 59 ; 61 ; 67 ; 71 ; 73 ; 79 ; 83 ; 89 ; 97

تــطـبـيـق : علل ان كان العدد التالي هو عدد أولي أم لا:

195 غير أولي لأنه يقبل القسمة أيضا على 5 (رقم احاده 5).

123 غير أولي لأنه يقبل القسمة أيضا على 3 (مجموع أرقامه 3).

356 غير أولي لأنه زوجي (رقم احاده 6).

1 غير أولي لأن له قاسم وحيد.

91 غير أولي لأنه يقبل القسمة على 7 ($91 = 7 \times 13$).

تفكيك عدد الى جذاء عوامل أولية:

نشـاط 1:

1) أكتب العدد 12 في صيغة جذاء مع اعطاء كل الامكانيات.
2) احدد الجذاء الذي كل عوامله أولية.

الجذاء **2 x 2 x 3** هو تفكيك للعدد 12 الى جذاء عوامل أولية.

و نكتب أيضا $12 = 2^2 \times 3$

قـاعدة:

اذا كان جذاء كل عوامله هي أعداد أولية فانه يسمى جذاء عوامل أولية.

تـطبيق: اعلل إن كان الجذاء هو جذاء عوامل اولية:

$2 \times 7 \times 11 \times 9$ / $29 \times 13 \times 67$ / $3^6 \times 2^4$ / $7 \times 15 \times 5$

قـاعدة:

كل عدد صحيح طبيعي مخالف لصفر و 1 و غير أولي يقبل تفكيكا الى جذاء عوامل أولية.

نشـاط 2:

1) فكك الأعداد التالية الى جذاء عوامل أولية :

$4 \times 15 \times 100$ / 10^5 / $9 \times 6 \times 8$

2) فكك الأعداد التالية الى جذاء عوامل أولية :
8100 / 49000 / 800000
3) فكك الأعداد التالية الى جذاء عوامل أولية :
72 / 324 / 120 / 180.

القاسم المشترك الأكبر:

ايجاد مجموعة قواسم عدد صحيح طبيعي:

- أوجد عناصر المجموعة D_{81} قواسم 81.

* نفكك العدد 81 الى جذاء عوامل أولية.

$81 = 3^4$

* نحسب قواسم 3^4 و هي :

3^0 ; 3^1 ; 3^2 ; 3^3 ; 3^4

أي 1 ; 3 ; 9 ; 27 ; 81

اذن $D_{81} = \{ 1 ; 3 ; 9 ; 27 ; 81 \}$

- أوجد عناصر المجموعة D_{72} قواسم 72.

* نفكك العدد 72 الى جذاء عوامل أولية.

$72 = 2^3 \times 3^2$

* نحسب قواسم 2^3 و قواسم 3^2 ثم نضعها في **جدول بيتاغور للضرب**.

X	$2^0 = 1$	$2^1 = 2$	$2^2 = 4$	$2^3 = 8$
$3^0 = 1$	**1**	**2**	**4**	**8**
$3^1 = 3$	**3**	**6**	**12**	**24**
$3^2 = 9$	**9**	**18**	**36**	**72**

$D_{72} = \{ 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 9 ; 8 ; 12 ; 18 ; 24 ; 36 ; 72 \}$

- أوجد عناصر المجموعة D_{120} قواسم 120.

* نفكك العدد 120 الى جذاء عوامل أولية.

$120 = 2^3 \times 3^1 \times 5^1$ (نلاحظ أن به 3 عوامل)

* نحسب قواسم 2^3 و قواسم 3^1 ثم نضعها في **جدول أول للضرب**.

X	$2^0 = 1$	$2^1 = 2$	$2^2 = 4$	$2^3 = 8$
$3^0 = 1$	**1**	**2**	**4**	**8**
$3^1 = 3$	**3**	**6**	**12**	**24**

* نحسب قواسم 5^1 و القواسم التي وجدناها بالجدول الأول ثم نضعها في **جدول ثان للضرب**.

X	1	2	3	4	6	8	12	24
$5^0 = 1$	1	2	3	4	6	8	12	24
$5^1 = 5$	5	10	15	20	30	40	60	120

$D_{120} = \{ 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 8 ; 10 ; 12 ; 15 ; 20 ; 24 ; 30 ; 40 ; 60 ; 120 \}$

القاسم المشترك الأكبر (ق . م . أ):

نـــشـاط :

1) حدد القواسم المشتركة للعددين 120 و 72.

$D_{120} = \{ 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 8 ; 10 ; 12 ; 15 ; 20 ; 24 ; 30 ; 40 ; 60 ; 120 \}$

$D_{72} = \{ 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 8 ; 9 ; 12 ; 18 ; 24 ; 36 ; 72 \}$

القواسم المشتركة للعددين 120 و 72 هي عناصر المجموعة $D_{120} \cap D_{72}$

$D_{120} \cap D_{72} = \{ 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 8 ; 12 ; 24 \}$

نلاحظ أن أكبر قاسم مشترك للعددين 120 و 72 هو العدد 24 (وهو أكبر عدد في مجموعة القواسم المشتركة)

فنقول أن **القاسم المشترك الأكبر** للعددين 120 و 72 يساوي 24

و نكتب $24 = ق م أ (120 , 72)$

و نلاحظ أن : $D_{120} \cap D_{72} = D_{24}$

قـاعدة:

القاسم المشترك لعددين صحيحين طبيعيين a و b هو أكبر قاسم مشترك لهما

نرمز للقاسم المشترك الأكبر لعددين a و b بـ ق م أ (a , b)

ايجاد الق م أ لعددين : المطلوب ايجاد الق م أ (72 , 48):

طريقة 1:

$48 = 2^4 \times 3^1$

X	1	2	4	8	16
1	1	2	4	8	16
3	3	6	12	24	48

$72 = 2^3 \times 3^2$

X	1	2	4	8
1	1	2	4	8
3	3	6	12	24
9	9	18	36	72

D_{72} = { 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 8 ; 9 ; 12 ; 18 ; 24 ; 36 ; 72 }

D_{48} = { 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 8 ; 12 ; 16 ; 24 ; 48 }

$D_{48} \cap D_{72}$ = { 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 8 ; 12 ; 24 }

اذن ق م أ (72 , 48) = 24

طريقة 2: **(طريقة عملية لايجاد الق م أ) :**

المرحلة 1 : نفكك العددين الى جذاء عوامل أولية:

$48 = 2^4 \times 3^1$ $72 = 2^3 \times 3^2$

المرحلة 2 : نحسب الق م أ و هو **جذاء العوامل المشتركة بين التفكيكين مع اختيار العوامل التي لها أصغر دليل قوة.**

$48 = 2^4 \times 3^1$ $72 = 2^3 \times 3^2$

ق . م . أ (48 , 72) = $2^3 \times 3^1$ = 24

تـــطـبـيـق :

1) أحسب ق . م . أ (50 , 75) ثم أوجد عناصر $D_{50} \cap D_{75}$
2) أحسب ق . م . أ (81 , 54) ثم أوجد عناصر $D_{81} \cap D_{54}$
3) أحسب ق . م . أ (180 , 120) ثم أوجد عناصر $D_{180} \cap D_{120}$

تـــطـبـيـق :

أحسب ق . م . أ (63 , 50) .

الـــــحـــل:

لدينا $63 = 3^2 \times 7^1$ و $50 = 5^2 \times 2^1$

نلاحظ أنه لا توجد عوامل مشتركة في التفكيكين اذن

ق . م . أ (63 , 50) = 1

فنقول أن العددين 63 و 50 أوليان فيما بينهما.

قـاعدة:

عددان أوليان فيما بينهما يعني أن قاسمهما المشترك الاكبر يساوي 1.

أي: **a و b أوليان فيما بينهما يعني ق م أ (a , b) = 1**

ملاحظة : كل عددين صحيحين طبيعيين متتاليين هما أوليان فيما بينهما.

تـــطـبـيـق 3: أجب بـ " صواب " أو " خطأ " :

1) العددان 21 و 28 أوليان فيما بينهما.
2) العددان 19 و 38 أوليان فيما بينهما.
3) العددان 50 و 51 أوليان فيما بينهما.
4) العددان $a = 2^3 \times 3^5$ و $b = 5^3 \times 7^2$ أوليان فيما بينهما.
5) العددان $c = 4^3 \times 3^5$ و $d = 2^3 \times 7^2$ أوليان فيما بينهما.

تـــطـبـيـق : أحسب :

1) ق . م . أ (40 , 20)

$40 = 2^3 \times 5^1$; $20 = 2^2 \times 5^1$

ق م أ (40 , 20) $= 2^2 \times 5^1 =$ **20**

و نلاحظ أن **20 قاسم لـ 40**

2) ق . م . أ (24 , 8)

$24 = 2^3 \times 3^1$; $8 = 2^3$

ق م أ (24 , 8) $= 2^3 =$ **8**

و نلاحظ أن **8 قاسم لـ 24**

قـاعدة:

اذا كان العدد b قاسما للـعدد a فان b = ق م أ (a , b)

مثال 700 = ق م أ (3500 , 700) لأن 700 قاسم لـ 3500

3) ق . م . أ (19 , 60)
1 = ق . م . أ (19 , 60)

و نلاحظ أن 19 عدد أولي و ليس قاسما لـ 60.

4) ق . م . أ (7 , 33)
1 = ق . م . أ (7 , 33)

و نلاحظ أن 7 عدد أولي و ليس قاسما لـ 33.

5) ق . م . أ (7 , 35)
7 = ق . م . أ (7 , 35)

لأن 7 قاسم لـ 35.

قـاعدة:

اذا كان العدد b أوليا و ليس قاسما للـعدد a فان 1 = ق م أ (a , b)

مثال 1 = ق م أ (91 , 700) لأن 91 أولي و ليس قاسما لـ 700

6) ق . م . أ (1 , 18)

1 = ق . م . أ (1 , 18)

قـاعدة:

مهما يكن العدد الصحيح الطبيعي a فان 1 = ق م أ (1 , a)

مثال : 1 = ق م أ (1 , 36) / 1 = ق م أ (1 , 840)

تـطـبـيـق : أحسب ذهنيا :

1) ق م أ (1 , 396)
2) ق م أ (24 , 72)
3) ق م أ (67 , 360)
4) ق م أ (10^5 , 1000)

المضاعف المشترك الأصغر:

مضاعفات عدد صحيح طبيعي:

نـــشـــاط1 :

ينطلق عداء من خط الانطلاق فيقوم بدورة كاملة حول الملعب كل 4 دقائق.

اذا اعتبرنا انه انطلق في الدقيقة 0 ، متى يمر من خط الانطلاق مرة اخرى خلال نصف ساعة؟

قـاعدة:

يكون عدد صحيح طبيعي a مضاعفا لعدد صحيح طبيعي مخالف لصفر b يعني أن b قاسم لـ a.

مثال: 50 مضاعف لـ 10 يعني 10 قاسم لـ 50.

تـــطـبـيـق:

1) أوجد مضاعفات 12 الأصغر من 100.

الـــحـــل:

ننجز القسمة الاقليدية لـ 100 على 12: $100 = 12 \times 8 + 4$

اذن مضاعفات 12 الأصغر من 100 هي :

$12 \times 0 = 0$ / $12 \times 4 = 48$

$12 \times 1 = 12$ / $12 \times 5 = 60$

$12 \times 2 = 24$ / $12 \times 6 = 72$

$12 \times 3 = 36$ / $12 \times 7 = 84$

$12 \times 8 = 96$

2) أوجد مضاعفات 27 الأصغر من 165.

الـــحـــل: ننجز القسمة الاقليدية لـ 165 على 27: $165 = 27 \times 6 + 3$

اذن مضاعفات 27 الأصغر من 165 هي :

$27 \times 0 = 0$ / $27 \times 3 = 81$

$27 \times 1 = 27$ / $27 \times 4 = 108$

$27 \times 2 = 54$ / $27 \times 5 = 135$

$27 \times 6 = 162$

نـــــشــاط :

يعمل نظام ري تلقائي في حديقة وفق ما يلي:

المرشة الأولى تعمل كل 6 دقائق.

المرشة الثانية تعمل كل 8 دقائق.

إذا اشتغلت المرشتان معا لأول مرة ، متى تعملان معا خلال الساعة الواحدة؟

متى تعملان معا للمرة الأولى؟

الحل

1) أوجد مضاعفات 6 الأصغر من 60

{ 0 ; 6 ; 12 ; 18 ; 24 ; 30 ; 36 ; 42 ; 48 ; 54 ; 60 }

2) مضاعفات 8 الأصغر من 60

{ 0 ; 8 ; 16 ; 24 ; 32 ; 40 ; 48 ; 56 }

3) استخرج المضاعفات المشتركة للعددين 8 و 6 الاصغر من 60

{ 0 ; 24 ; 48 }

إذن تعملان معا مرتان في الدقيقة 24 و الدقيقة 48.

و تعملان معا للمرة الأولى في الدقيقة 24.

نلاحظ أن أصغر مضاعف مشترك مخالف لصفر للعددين 6 و 8 هو 24.

فنقول أن **المضاعف المشترك الأصغر للعددين 6 و 8 هو 24**

و نكتب **24 = م م أ (6 , 8)**

قـاعدة:

المضاعف المشترك الأصغر لعددين a و b هو أصغر مضاعف مشترك لهما

و نكتب م م أ (a , b)

طـــريـــقـة عـمـلـيـة لايـجـاد م م أ لعددين:

أوجد م م أ (180 , 72)

* نفكك العددين الى جذاء عوامل أولية.

$24 = 2^3 \times 3^2$ $180 = 3^2 \times 2^2 \times 5$

*نحسب م م أ (180 , 72) و هو جذاء العوامل الغير مشتركة و المشتركة مع اختيار العوامل التي لها **أكبر** دليل قوة أي :

لدينا: $72 = 2^3 \times 3^2$ $180 = 3^2 \times 2^2 \times 5^1$

م م أ (180 , 72) $= 3^2 \times 2^3 \times 5^1 = 9 \times 8 \times 5 = 360$

تـــطـبـيـق :

1) أوجد م م أ (50 , 40).

الـــحـــل:

$40 = 2^3 \times 5^1$ $50 = 5^2 \times 2^1$

اذن م م أ (50 , 40) $= 2^3 \times 5^2 = 8 \times 25 = 200$

2) أوجد م م أ (28 , 63).

الـــحـــل:

$28 = 2^2 \times 7^1$ $63 = 3^2 \times 7^1$

اذن م م أ (63 , 28) $= 2^2 \times 3^2 \times 7^1 = 4 \times 9 \times 7 = 252$

3) أوجد م م أ (50 , 63).

الـــحـــل:

$50 = 5^2 \times 2^1$ $63 = 3^2 \times 7^1$

نلاحظ ان 50 و 63 أوليان فيما بينهما (لا توجد عوامل مشتركة)

م م أ (50 , 63) $= 5^2 \times 2^1 \times 3^2 \times 7^1 = 25 \times 2 \times 9 \times 7 = 315$

قـاعدة:

المضاعف المشترك الأصغر لعددين اوليين فيما بينهما يساوي جذاؤهما

أي : اذاكان a و b اوليين فيما بينهما فان م م أ (a , b) $= a \times b$

مثال:

- م م أ (16 , 15) $= 16 \times 15 = 240$ لان 15 و 16 اوليين فيما بينهما
- م م أ (17 , 20) $= 17 \times 20 = 340$ لان 17 و 20 اوليين فيما بينهما

تـــطـبـيـق :

1) أوجد م م أ (50 , 10).

$50 = 5^2 \times 2^1$ $10 = 2^1 \times 5^1$

اذن $50 = 2 \times 25 = 2^1 \times 5^2$ = م م أ (50 , 10)

قـاعدة:

اذا كان العدد a مضاعفا لـ b فان a = م م أ (a , b)

مثال: 6400 = م م أ (80 , 6400) لأن 6400 مضاعف لـ 80

2) أوجد م م أ (520 , 1).

اذن 520 = م م أ (520 , 1)

3) أوجد م م أ (1 , 999).

اذن 999 = م م أ (1 , 999)

قـاعدة:

مهما يكن العدد a فان a = م م أ (a , 1)

مثال: 649 = م م أ (1 , 649)